

Prova scritta di Analisi Matematica T - 06/09/2019

Corso di Laurea in Ingegneria Civile e per l'Ambiente e il Territorio - A.A. 2018/19

MATRICOLA..... COGNOME E NOME

(1) (6 punti) Calcolare il seguente limite di funzione:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin x - x^2} - \cos x - x + \ln(1 + 2x^3)}{\ln(x + 2) (\sqrt{1 + x^3} - 1)}$$

MATRICOLA..... NOME E COGNOME.....

- (2) (3 punti) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ derivabile e sia $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$g(x) = f(x^2 + f(x) \sin(x)).$$

Calcolare $g'(x)$ per ogni $x \in \mathbb{R}$ e $g'(\pi)$, sapendo che

$$f(0) = 1, \quad f'(0) = 0, \quad f(\pi) = 0,$$

$$f'(\pi) = \pi, \quad f(\pi^2) = 0, \quad f'(\pi^2) = 1.$$

(le informazioni fornite sono sovrabbondanti).

- (3) (5 punti) Calcolare il seguente integrale:

$$\int_1^2 x^2 (\log x)^2 dx.$$

MATRICOLA..... NOME E COGNOME.....

- (4) (6 punti) Dire per quali valori del parametro $\alpha \in \mathbb{R}^+$ il seguente integrale generalizzato converge:

$$\int_2^{+\infty} \frac{e^{2-x}}{(x-2)^\alpha + \sin^2(x-2)} dx$$

- (5) (5 punti) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' - 4y' + 4y = \sin t + \cos t \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$$

MATRICOLA..... NOME E COGNOME.....

- (6) (7 punti) Studiare la seguente funzione e disegnarne un grafico qualitativo

$$f(x) = \left| \frac{|x| + 1}{|x| - 1} \right|$$

Determinare in particolare:

- Dominio;
- Limiti negli estremi del dominio;
- Eventuali asintoti;
- Intervalli di monotonia;
- Eventuali punti di massimo e minimo locale e/o assoluti;
- Eventuali punti di non derivabilità.